ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 9 SEPTEMBRE 1935.

PRÉSIDENCE DE M. PAUL MARCHAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. **Léon Fredericq**, Correspondant pour la Section de Médecine et Chirurgie, survenu à Liége le 2 septembre 1935.

NOMINATIONS.

M. **Georges Perrier** est désigné pour représenter l'Académie à l'inauguration d'une *plaque*, apposée sur la façade de la mairie à Renève (Côte-d'Or), rappelant les titres militaires et scientifiques du général L. Bassot.

CORRESPONDANCE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *La loi forte des grands nombres pour les variables enchaînées.* Note [1] de M. **Paul Lévy**.

Soit une suite de variables aléatoires enchaînées $u_1, \ldots, u_n, \ldots$, vérifiant les conditions

$$(\mathcal{C}) \qquad \mathcal{E}_{n-1}\{u_n\} = 0,$$

$$(\mathcal{C}') \qquad \begin{cases} M_n^2 = \sigma_1^2 + \ldots + \sigma_n^2 \leqq t - k^2\sigma_{n+1}^2 & (0 < k \leqq 1), \\ \text{entraîne} \qquad k\,|u_{n+1}| \leqq \varphi(t)\sqrt{t}, \end{cases}$$

$$(\mathcal{C}'') \qquad \mathcal{P}\left\{\sum_1^\infty \sigma_n^2 = \infty\right\} = 1;$$

---

[1] Séance du 26 août 1935.

$\mathcal{E}_{n-1}$ désigne une valeur probable calculée en fonction de $u_1, \ldots, u_{n-1}$, supposés connus; σ_n^2 désigne $\mathcal{E}_{n-1}\{u_n^2\}$; $\varphi(t)$ est une fonction donnée. En définissant n et k de manière que $M_n^2 + k^2\sigma_n^2 = t$, nous poserons

$$u_1 + \ldots + u_n + k u_{n+1} = S_n + k u_{n+1} = X(t) = x(t)\sqrt{t}.$$

J'ai démontré dans un travail récent [1] que : si y dépend de la loi de Gauss réduite, si z est une variable aléatoire indépendante à la fois de x et y, K une constante dépendant de la nature de la variable z (on peut supposer à la fois $\operatorname{Max}|z| = 1$ et K fini), on a, quels que soient $\lambda > 0$ et ξ,

$$(1) \qquad |\mathcal{P}\{x(t) + \lambda z < \xi\} - \mathcal{P}\{y + \lambda z < \xi\}| \leqq \frac{K}{\lambda^3}\varphi(t).$$

De cette formule on peut déduire que

Théorème. — *Si, la fonction $\varphi(t)$ étant monotone et telle que l'intégrale*

$$\int_1^\infty \frac{\varphi(t)}{t}\,dt$$

soit finie, les conditions $(\mathcal{C})$, $(\mathcal{C}')$ et $(\mathcal{C}'')$ sont vérifiées, la probabilité pour qu'il existe des valeurs de t arbitrairement grandes et telles que

$$(2) \qquad x(t) > c\sqrt{2\log\log t}$$

est 0 *si $c > 1$ et* 1 *si $c < 1$.*

La démonstration repose sur le fait que, d'après (1) et l'hypothèse faite sur $\varphi(t)$, la série de terme général

$$\alpha_p = \mathcal{P}\{x(t_p) \geqq c'\sqrt{2\log\log t_p}\} \qquad (t_p = q^p,\ q > 1)$$

est convergente si $c' > 1$ et divergente si $c' < 1$. Si alors $c > 1$, c' étant choisi entre 1 et c, et $q - 1$ assez petit, il existe presque sûrement un entier P tel que l'on ait, pour $p > P$ et t variant de t_p à t_{p+1},

$$|X(t_p)| < c'\sqrt{2t_p\log\log t_p},$$
$$\operatorname{Max}|X(t) - X(t_p)| < (c - c')\sqrt{2t_p\log\log t_p} = 2\xi_p$$

[cette dernière inégalité résulte de ce que, si l'on pose

$$\alpha_p = \mathcal{P}\{|X(t_{p+1}) - X(t_p)| \geqq \xi_p\},$$
$$\beta_p = \mathcal{P}\{\operatorname{Max}|X(t) - X(t_p)| \geqq 2\xi_p\},$$

la convergence de $\Sigma\alpha_p$ entraîne celle de $\Sigma\beta_p$].

---

[1] *Bull. Soc. Math.*, 2e série, 59, 1935, p. 84.

Si au contraire $c > 1$, il faut appliquer (1) à l'étude de $X(t_{p+1}) - X(t_p)$. Compte tenu de la limitation obtenue pour $|X(t_p)|$, et si l'on a pris q assez grand, la probabilité conditionnelle de (2), pour $t = t_{p+1}$ et t_p étant connu, est le terme d'une série presque sûrement divergente.

On obtient un résultat plus précis en prenant

$$\log t_p = p\sqrt{\log p}, \qquad \lambda^6 = \lambda_p^6 = \frac{\varepsilon}{\log p}.$$

Quelque petit que soit $\varepsilon > 0$, il existe presque sûrement des valeurs arbitrairement grandes de t pour lesquelles

$$x(t_p) > \sqrt{2\log\log t_p} - \varepsilon(\log\log t_p)^{-\frac{1}{6}}.$$

COROLLAIRE. — *Si, au cours d'une suite d'expériences, α_n est la probabilité, évaluée en fonction des résultats des $n-1$ premières expériences, de la réalisation d'un événement* E *au cours de la* $n^{\text{ième}}$ *expérience, et si n' est le nombre des réalisations de* E *au cours des n premières expériences, il est presque sûr que n' et $\alpha_1 + \ldots + \alpha_n$, ou bien sont tous les deux finis, ou bien sont des infiniment grands équivalents.*

Ce résultat se déduit aisément du lemme I de mon Mémoire déjà cité et de la première partie du théorème ci-dessus. Il est à peu près équivalent à un résultat que j'ai dès 1929 [1] appliqué à l'étude des fractions continues. Si l'on n'a pas besoin de la précision plus grande que donne la loi du logarithme itéré, on peut obtenir de ce corollaire une démonstration plus simple, n'utilisant pas le rôle de la loi de Gauss, mais seulement l'inégalité de M. Kolmogoroff.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une méthode spéciale d'intégration des systèmes complets d'équations linéaires aux dérivées partielles du premier ordre d'une fonction inconnue.* Note [2] de M. **G. Pfeiffer**, transmise par M. Henri Villat.

Prenons un système complet d'équations linéaires et homogènes

$$(1) \qquad X_i(z) \equiv p_i + b_1^i p_{m+1} + \ldots + b_n^i p_{m+n} = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, m)$$

---

(1) *Bull. Soc. Math.*, 57, 1929, p. 178.

(2) Séance du 2 septembre 1935.

et convenons de chercher son intégrale complète. Ajoutons aux connexités (1) l'égalité

(2) $$Y(z) \equiv p_{m+1} - v_2 p_{m+2} - \ldots - v_n p_{m+n} = 0,$$

(3) $$v_2, \quad v_3, \quad \ldots, \quad v_n$$

fonctions des variables indépendantes $x_1, x_2, \ldots, x_{m+n}$.

Apprêtons les fonctions (3) de telle manière que les équations

$$Y_i(z) \equiv p_i + (b_2^i + b_1^i v_2) p_{m+2} + \ldots + (b_n^i + b_1^i v_m) p_{m+n} = 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, m),$$

(4) $$Y(z) \equiv p_{m+1} - v_2 p_{m+2} - \ldots - v_n p_{m+n} = 0,$$

soient en involution. Les fonctions (3) doivent être la solution du système

(5) $$X_i(v_\rho) = -Y(b_\rho^i) - v_\rho Y(b_1^i) \quad (i = 1, 2, \ldots, m; \rho = 2, 3, \ldots, n)$$

appartenant au type des systèmes jacobiens généralisés, étudiés par M. N. Saltykow (1). Son intégration est équivalente à l'intégration du système jacobien d'équations linéaires, homogènes à une fonction inconnue

(6) $$Z_i(f) \equiv \frac{\partial f}{\partial x_i} + \sum_{g=1}^{n} b_g^i \frac{\partial f}{\partial x_{m+g}} - \sum_{\rho=2}^{n} \{ Y(b_\rho^i) + v_\rho Y(b_1^i) \} \frac{\partial f}{\partial v_\rho} = 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, m).$$

Si les intégrales indépendantes du système (6) sont

(7) $$f_2, \quad f_3, \quad \ldots, \quad f_{2n},$$

l'intégrale générale du système (5) est

(8) $$\Phi_k(f_2, f_3, \ldots, f_{2n}) = 0 \quad (k = 2, 3, \ldots, n),$$

Φ_k fonctions arbitraires.

Puisque le nombre des intégrales du système (4), lorsque les fonctions (3) sont remplacées par la solution du système (5), est d'une unité moindre que le nombre des intégrales du système (1), on n'a pas besoin de chercher l'intégrale générale (8) du système (5), il suffit de prendre une solution particulière à une constante arbitraire; marquons-là par

(9) $$u_2, \quad u_3, \quad \ldots, \quad u_n.$$

Dans plusieurs cas de telles solutions se trouvent aisément.

---

(1) N. Saltykow, *Journ. de Math.*, 5e série, 3, 1897, p. 423-428.

Ayant substitué dans le système (4) $v_j = u_j$, écrivons-le sous la forme

$$(10)\quad \begin{cases} X_i(z) \equiv p_i + b_1^i p_{m+1} + \ldots + b_n^i p_{m+n} = 0 & (i = 1, 2, \ldots, m), \\ Y_i(z) \equiv p_{m+1} - v_2 p_{m+2} - \ldots - v_n p_{m+n} = 0. \end{cases}$$

C'est un système de systèmes complets successifs [1]. La transformation infinitésimale

$$Z(z) = \frac{Y(z)}{Y(\varphi)}, \qquad Y(\varphi) \neq 0,$$

φ, l'intégrale du système (1), est l'opérateur du système (1), contenant une constante arbitraire.

La méthode ci-dessus exposée peut être liée aux méthodes de Jacobi-Mayer et sa généralisation [2] aux méthodes d'intégration des systèmes d'équations non linéaires.

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur la géométrie des groupes homographiques.* Note de M. **Arnaud Denjoy**.

Nous utilisons et reprenons les définitions et notations de notre Communication précédente.

Nous dirons que le groupe G formé de substitutions homographiques S est *spécial* s'il a deux points fondamentaux u et v distincts ou confondus. Une opération $\sigma S \sigma^{-1}$, σ étant homographique, change G spécial en un groupe où les S sont tous du type $x' = Kx$ (si $u \neq v$), ou tous du type $x' = x + h$ (si $u = v$).

I. G étant non spécial et l'ensemble $G(x)$ étant isolé pour un x non fondamental, soit E le dérivé parfait non dense de $G'(x)$. E est indépendant de x. Son complémentaire C(E) forme une, deux, une infinité de régions R_1, R_2, ... La transformée d'une région R par une substitution quelconque S_q de G est une région R_p.

Les S_q pour lesquels R_p est identique à R forment un sous-groupe de G, soit $\Gamma(R)$. $\Gamma(R)$ peut se réduire à la substitution identique. Si x est dans R, tous les transformés de x par les S de $\Gamma(R)$ sont dans R. Nous dirons que le sous-groupe $\Gamma(R)$ est *connexe* dans R. Les transformés de x par un S_q

(1) S. Pfeiffer, *Acta math.*, 13-61, 1933, p. 203-238.
(2) S. Pfeiffer, *Acta math.*, 13-61, 1933, p. 239-261.

étranger à $\Gamma(R)$ sont dans une région R_p distincte de R et

$$\Gamma(R_p) = S_q \Gamma(R) S_q^{-1}.$$

Exemple. — Les substitutions génératrices de G sont

$$x_1 = x + 2, \qquad x_2 = \frac{x}{2x+1}, \qquad \frac{1}{x_3 + i} = \frac{1}{x+i} + \frac{i}{\lambda} \qquad (0 < \lambda \text{ réel} < \lambda_0 < 1).$$

Il existe un minimum λ'_0 tel que l'une des régions R soit le demi-plan supérieur, $\Gamma(R)$ est le groupe H de la fonction modulaire. Les transformées de R par les substitutions S'_k étrangères à H forment une infinité de régions circulaires R' situées dans le demi-plan inférieur et invariantes par $S'_k H S'^{-1}_k$. Pour $\lambda = \lambda'_0$, le complémentaire de $E + R + \Sigma R'$ forme une infinité de régions R'' telles que $\Gamma(R'')$ se réduit à la substitution identique.

Signalons cette remarque : *Si $\omega(x)$ est un cercle dont la région $\omega^+(x)$ contient x et nul autre point de $G(x)$, la réduction de $\omega(x)$ au tiers, à partir de x, est une région circulaire $\gamma^+(x)$ contenant x et dont les transformées $\gamma^+(x')$ par les substitutions $x' = S(x)$ de G sont deux à deux disjointes.*

La réduction γ de ω au tiers à partir de x est ainsi définie : y étant l'image de x par rapport à $\omega(x)$, ω étant décrit par z et γ par z', on a

$$\frac{|z' - x|}{|z' - y|} = \frac{1}{3} \frac{|z - x|}{|z - y|}.$$

II. *Relations entre la densité en soi de G et la densité de $G(x)$.* — Les exemples

$$\text{(D)} \quad x_1 = x + h, \qquad x_2 = x + \lambda h \quad (\lambda \text{ irrationnel}), \qquad x_3 = x + ih \quad (u = v = \infty)$$
$$\text{(E)} \quad x_1 = e^{i\alpha} x, \qquad x_2 = kx \qquad |k| \neq 1, \ (u = \infty, \ v = 0)$$

montrent qu'*un groupe G spécial peut avoir un accumulatif sans qu'aucun $G(x)$ soit dense.*

On voit immédiatement que, *si G est spécial, et si pour un x non fondamental, $G'(x)$ contient un point non fondamental, G a un accumulatif.*

Supposons G *non spécial et doué d'un accumulatif :*

Distinguons les cas où les substitutions S de G sont : (α) l'une au moins purement loxodromique (multiplicateur complexe); (β) toutes elliptiques; (γ) toutes hyperboliques, sans (γ') ou avec (γ'') existence d'un cercle Γ contenant leurs points doubles [dans (γ''), les S paraboliques sont admises]; (δ) aucune loxodromique, mais certaines elliptiques, certaines

hyperboliques ou paraboliques et au moins une (δ') ou aucune (δ'') pseudo-hyperbolique (multiplicateur réel, négatif, inégal à -1).

Les cas (β) et (γ') sont réalisés moyennant que les substitutions génératrices s de G soient de l'espèce correspondante et aient leurs points doubles (a, b) conjugués par rapport à un même cercle fictif (ξ, iR) de rayon purement imaginaire : $(a-\xi)(\bar{b}-\bar{\xi}) = -R^2$. Pour ($\gamma''$), le rapport anharmonique (a, b, a', b') est négatif ou appartient à un ensemble parfait discontinu dépendant des multiplicateurs de s et de s' (de points doubles a', b').

Dans le cas (δ) les points doubles des S elliptiques sont conjugués par rapport à un cercle Γ, qui contient les autres points doubles. Cela posé, $G(x)$ *est partout dense quel que soit* x *non fondamental, dans les cas* (α), (β), (γ');

$G(x)$ *est partout dense quel que soit* x *étranger à* Γ *dans le cas* (δ');

$G(x)$ *est partout dense dans la région de* Γ *contenant* x *dans les cas* (γ''), (δ'').

Quel que soit S appartenant à G, il existe dans G une suite S_n tendant vers S. La considération des $S^r S_n^k$ (r et k entiers quelconques) conduit à l'énoncé précédent.

Donc, *si* $G(x)$ *est non dense pour quatre positions de* x *n'appartenant pas à un même cercle*, G *non spécial n'a pas d'accumulatif.*

III. Je n'ai pu déterminer si un groupe G sans accumulatif peut donner un ensemble $G(x)$ dense.

Dans cette hypothèse, $G(x)$ serait partout dense, pour tout x.

Si une suite (s_n) *de substitutions de* G *admet un point fondamental* μ *et si, pour une position de* y, $s_n(y)$ *tend vers* v, *distinct des points doubles d'une infinité de* (s_n), G *a un accumulatif.*

Plus généralement soit (s_n) une substitution de G tendant vers la substitution fictive (Σ) de coefficients (A', B', C', D'). Soient $\lambda = A'/C' = B'/D'$ et $\mu = -B'/A' = -D'/C'$ les deux points doubles de Σ, supposés distincts. Ils sont limites des deux points doubles λ_n, μ_n de (s_n) de multiplicateurs ρ_n^{-1} et ρ_n, celui-ci infiniment grand avec n (les inverses si λ ou μ sont infinis).

$s_n(\mu)$ *tend vers* λ, *moyennant que* $\rho_n(\mu_n - \mu)$ *soit infiniment grand avec* n (μ *fini*).

Il en est nécessairement ainsi quand G, *sans accumulatif, admet une substitution* S *dont* μ *est point double.*

On considère les substitutions $s_n S s_n^{-1}$ ou $s_n^{-1} S s_n$ qui ne doivent pas admettre d'acccumulatif. Il est commode de se ramener au cas $\mu = \infty$.

SPECTROSCOPIE. — *Spectre d'absorption de l'ammoniac gazeux, dissous et liquéfié dans l'ultraviolet.* Note de MM. **André Briot** et **Boris Vodar**, transmise par M. Ch. Fabry.

Une étude semblable a été faite sur les 3e, 4e, 5e harmoniques de la fréquence fondamentale dans l'infrarouge ([1]) et dans le visible ([2]). Les travaux déjà faits dans l'ultraviolet se rapportent au gaz chauffé ou à la température ambiante, sous des pressions inférieures à la normale ([3]).

Nos mesures de coefficients d'extinction ont été réalisées par la méthode de photométrie photographique décrite par M. Trehin ([4]). Le gaz a été purifié et désséché par une distillation très lente dans le vide; la solution était obtenue en distillant l'ammoniac liquide dans l'eau bidistillée.

Les mesures à basse température ont été faites avec une cuve déjà décrite ([5]); pour le gaz liquéfié l'étalonnage a été fait par rapport à l'eau, ce qui n'est pas une grande source d'erreurs dans la région du spectre utilisée; la température était maintenue à — 78° au moyen de la gazoline refroidie par la glace carbonique; à — 33°,5 grâce à l'ammoniac liquéfié lui-même; les températures intermédiaires étaient obtenues au cours d'un réchauffement lent de la cuve; elles étaient contrôlées par un couple thermoélectrique et par la pression du gaz.

Le liquide pur à la température ambiante sous environ 10^{atm} de pression était contenu dans une double cuve en silice fondue à parois épaisses et fenêtres planes soudées, qui permettait de réaliser deux épaisseurs différentes du liquide et d'étudier le gaz sous pression.

Résultats. — Le liquide sous 2^{cm} montre un spectre continu qui dépend de la température, l'absorption augmentant quand la température s'élève, la limite du spectre passe de 2320 Å à 3400 Å et à 2480 Å quand la température va de — 78° à — 33°,5 et à 26°.

Les bandes du gaz ne se déplacent pas sensiblement quand la température ou la pression varient, mais l'absorption produite par un même nombre

---

([1]) G. Costeanu, R. Freymann et A. Naherniac, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 819, 822.

([2]) G. Jung et H. Gude, *Z. physik. Chem.* (B), 6, 1932, p. 380.

([3]) Dixon, *Phys. Rev.*, 42, 1933, p. 711.

([4]) R. Trehin, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 774.

([5]) R. Trehin et B. Vodar, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1663.

de molécules est beaucoup plus grande à des pressions élevées qu'à la pression normale; à 1^{atm} sous 200^{mm} la bande vers 2250 Å est très nette; à 10^{atm} sous 20^{mm} il faut poser une heure pour la déceler.

La solution, à des concentrations allant de $0^{mol},06$ à 16^{mol} par litre, a une absorption continue qui croît régulièrement avec la concentration et reste toujours inférieure à celle du liquide pur. Le gaz sous 10^{atm} contenant environ $0^{mol},5$ par litre est nettement plus absorbant que la solution de même concentration. Les résultats numériques de nos mesures paraîtront dans un autre Recueil.

Pour expliquer l'existence de plusieurs fréquences de vibrations voisines dans l'infrarouge, on a supposé que le gaz liquéfié était polymérisé (*loc. cit.*). Cette hypothèse permettrait peut-être de rendre compte de l'effet de température que nous signalons.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Spectres Raman de substances à deux noyaux benzéniques.* Note [1] de MM. **Pierre Donzelot** et **Maurice Chaix**, transmise par M. Robert Lespieau.

Les auteurs ont étudié les spectres Raman du diphényle et de corps du type $C^6H^5—X—C^6H^5$, X représentant CH^2, O, S, Se, CHOH, Hg, le spectrographe utilisé ayant une dispersion de 18 angströms par millimètre au voisinage de la raie 4358. On a employé chaque fois les excitations par les raies 4047 et 4358 de l'arc au mercure; les résultats donnés sont des moyennes. Ceux des corps qui sont solides à la température ordinaire ont été étudiés à l'état fondu, le tube d'observation étant placé dans une petite étuve chauffée électriquement. A l'exception du diphénylmercure, qui a été filtré fondu sur filtre de quartz, les corps ont été introduits dans les tubes par distillation.

Diphényle. — Préparé par la méthode de Job et Reich [2]. On a obtenu les fréquences : 141 (f), 267 (ff), 316 (fff), 405 (f), 611 (f), 739 (f), 776 (ff), 834 (ff), 1001 (aF), 1029 (ff), 1156 (ff), 1187 (fff), 1281 (F), 1503 (f), 1589 (aF), 1609 (F), 3055 (m). Les raies 141 et 776 n'avaient pas été signalées.

Diphénylméthane. — Nous avons tenu à étudier ce corps, les résultats publiés étant contradictoires; en particulier, E. Crigler [3] signale des raies 971 et 1659 que nous

(1) Séance du 19 août 1935.

(2) Job et Reich, *Comptes rendus*, 177, 1923, p. 1439.

(3) E. Crigler, *J. Am. Chem. Soc.*, 54, 1932, p. 4199.

n'avons pas trouvées, et qui semblaient d'ailleurs ne pas devoir être attendues. Nous avons préparé le diphénylméthane par action du chlorure de benzyle sur le benzène en présence de chlorure d'aluminium. Le produit a été purifié jusqu'à propriétés physiques constantes (point d'ébullition, point de fusion, densité, indice de réfraction). On a obtenu : 199 (f), 234 (f), 286 (fff), 457 (fff), 547 (ff), 599 (fff), 617 (f), 734 (f), 813 (f large), 840 (ff), 1001 (F), 1026 (m), 1155 (f large), 1184 (large), 1436 (fff), 1583 (f), 1601 (m), 2909 (m), 3054 (aF).

Oxyde de diphényle. — On a obtenu : 219 (fff), 248 (fff), 307 (fff), 565 (fff), 615 (ff large), 747 (f large), 795 (fff), 799 (fff), 863 (fff), 1000 (FF), 1019 (f), 1158 (m large), 1195 (m large), 1453 (fff), 1538 (fff), 1593 (aF), 3062 (aF). Les raies 248, 799, 863, 1453 et 1538 n'avaient pas été signalées.

Sulfure de diphényle. — Ce corps a été préparé en réduisant la diphénylsulfinone par le zinc en milieu ammoniaco-alcoolique. On a obtenu : 187 (f), 216 (f), 270 (ff), 410 (fff), 516 (fff), 614 (m), 692 (m large), 999 (F), 1023 (m), 1081 (ff), 1092 (aF large), 1155 (f), 1180 (ff), 1327 (fff), 1440 (fff), 1475 (fff), 1580 (F), 3057 (aF).

Séléniure de diphényle. — Ce corps a été d'abord préparé par la méthode de Krafft [1], mais dans ces conditions le produit obtenu est toujours coloré en jaune; or on peut arriver à un liquide incolore en réduisant la diphénylséléninone, suivant le mode opératoire utilisé pour le diphénylsulfure. Il donne les raies : 175 (m large), 201 (m large), 249 (f large), 318 (aF très large), 612 (m), 668 (m), 999 (FF), 1021 (aF), 1067 (fff), 1078 (aF), 1157 (m), 1180 (f), 1325 (fff), 1577 (F), 3054 (F), 3155 (ff) et 3207 (ff).

Diphénylmercure. — Il a été obtenu en attaquant le bromobenzène par l'amalgame de sodium; le produit a été purifié par des cristallisations dans le benzène et l'alcool éthylique. Dans son spectre, nous avons eu un fond continu assez gênant, dû vraisemblablement au fait que le corps n'a pas été distillé, et peut-être aussi à une très légère décomposition. Les raies 158, 210, 651, 704, 998 (aF), 1024, 1574 (aF) et 3049 ont été observées.

Diphénylcarbinol. — Le spectre obtenu montre les raies 614, 1000, 1602 et 3059, assez difficiles à distinguer du fait d'un fond continu et des bandes des alcools.

Le tellurure de diphényle s'est coloré trop rapidement sous l'action de la lumière pour que l'on puisse obtenir un spectre.

On retrouve dans ces spectres les raies benzéniques sans déplacements très notables. Il semble que l'on puisse penser que les premières raies des spectres de $(C^6H^5)^2O$, $(C^6H^5)^2S$, $(C^6H^5)^2Se$, à savoir : 219, 248 et 307; 187, 216 et 270; 175, 201 et 249, soient attribuables aux éléments lourds. Ce point de vue est étayé par le fait qu'elles paraissent se déplacer ensemble quand on va de l'élément le plus léger à l'élément le plus lourd; d'ailleurs, dans le cas du soufre, les raies 183 et 216 ont été signalées dans le spectre

---

(1) KRAFFT, *Ber. d. chem. Ges.*, 26, 1893, p. 2819; COURTOT et MOTAMEDI, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 539.

de l'élément cristallisé, ou dissous dans le sulfure de carbone. En outre, dans le séléniure, on trouve une raie assez intense, large, à 318, qui n'a pas d'analogue dans les autres spectres.

CYTOLOGIE GÉNÉRALE. — *Existence d'une cyclose chromatique chez les Péridiniens.* Note [1] de Mlle **Berthe Biecheler**, présentée par M. F. Mesnil.

En étudiant sur le vivant la division nucléaire de certains Péridiniens libres, j'ai été témoin d'un phénomène aussi net qu'inattendu : un mouvement de cyclose de la masse chromatique (qui, on le sait, est toujours importante chez ces organismes et constituée par un grand nombre de chromosomes) à l'intérieur de sa loge. Ce mouvement, mesurable tout comme les mouvements de cyclose cytoplasmique observés chez nombre de végétaux et d'organismes inférieurs, est d'une vitesse d'environ 2^{μ} à la seconde, dans les cas où il est le plus rapide.

Les premières observations ont été faites sur *Peridinium balticum* (Levander) au cours de l'été 1934. Dans une population de ces Péridiniens, on trouve, assez rarement le matin ou au début de l'après-midi, plus souvent vers le soir, au moment où la division est la plus fréquente, des individus qui présentent un noyau particulièrement volumineux, de structure bien visible *in vivo*. Toute la masse nucléaire de ces noyaux est entraînée dans un courant continu comparable à celui de la cyclose protoplasmique des Infusoires. Rien de tel ne se voit dans les formes présentant un noyau de taille normale. Le parcours des particules est tantôt en cercle, tantôt en huit. La masse chromatique de ces gros noyaux est fragmentée en chromosomes beaucoup plus nombreux et plus fins que celle des noyaux normaux. La cyclose s'observe aussi bien chez des individus ne présentant plus de flagelles que chez des formes mobiles ayant deux flagelles postérieurs, signe de prédivision. Elle a été vue, au cours des étés 1934-1935, un grand nombre de fois et toujours avec les mêmes caractères : noyau plus gros que le noyau normal, masse chromatique fragmentée.

Il était intéressant de savoir si le cas de *P. balticum* était isolé ou si d'autres Dinoflagellés montraient la même particularité. Dans la bibliographie je n'ai pu trouver qu'une mention, d'ailleurs trop brève, de ce phéno-

(1) Séance du 19 août 1935.

mène, due à Pouchet et concernant *Ceratium fusus* (¹). Mais j'ai pu observer la cyclose sur deux autres Péridiniens : *Gyrodinium fissum* (Levander) et *Peridinium sociale* (Henneguy).

La cyclose a été vue nettement chez deux individus de *Gyrodinium fissum* dont l'un présentait deux flagelles longitudinaux. Dans les deux cas, la substance du noyau tournait autour d'un de ses axes, entraînant péniblement un gros nucléole. Les chromosomes n'étaient pas, dans le cas particulier, tronçonnés, mais minces, clivés (ou couplés). L'un des individus a montré, après une heure environ de séjour entre lame et lamelle, en chambre humide, le début manifeste d'un étranglement du noyau, les chromosomes étant restés filamenteux. L'individu a malheureusement quitté le point repéré du champ.

Mes observations sur *P. sociale* m'ont permis d'établir avec plus de certitude encore une relation entre la division et la cyclose, grâce au fait qu'au moment de la division le noyau émigre toujours, et à ce moment seulement, de l'hypocône dans l'épicône. C'est au cours de cette migration et bien après qu'elle est terminée, le noyau siégeant dans l'épicône, que la cyclose chromatique a lieu. Elle peut être observée durant plusieurs heures dans le même individu placé entre lame et lamelle. La vitesse de cyclose n'est pas constante, elle est affectée de ralentissements brusques et brefs. La masse chromatique est formée ici d'innombrables bâtonnets de longueur inégale dont certains très courts. Ils ne sont pas rangés en files. Dans plusieurs cas il m'a semblé que ces éléments, du fait du mouvement, ne se déplaçaient pas solidairement. Ils donnaient l'impression d'être soumis à un brassage. Si ceci pouvait être vérifié, ce serait d'une grande importance théorique. Chez *P. sociale*, la prédivision et la division n'affectent que des individus immobiles, et c'est chez ceux-là seulement que s'observe la cyclose.

J'ai mis toute mon attention à reconnaître les causes de ce mouvement et j'ai recherché notamment l'existence, à la périphérie de la masse nucléaire, des flagelles internes; je puis affirmer qu'il n'en existe point. Force m'est de conclure qu'il s'agit là d'une mise en jeu de forces physiques résultant sans doute d'échanges caryo-plasmatiques. Il faut éliminer aussi l'hypo-

---

(¹) Ch.-H.-G. Pouchet, *Contribution à l'histoire des Cilio-Flagellés* (*Journ. Anat. et Phys.*, 19, 1883, p. 399-455, pl. 19-22. Note infrapaginale, p. 421) : « En examinant un de ces noyaux..., nous vîmes que les granules ou les globules de ce noyau se déplaçaient, comme animés d'un mouvement de révolution. Celui-ci était très net. Malheureusement nous ne pûmes dans ce moment appeler personne à en contrôler l'exactitude. Il se faisait dans le sens du mouvement direct, l'animal étant observé par la face dorsale ».

thèse suivant laquelle la cyclose chromatique serait liée à la migration du noyau telle qu'on la constate chez *P. sociale*, puisque chez les deux autres espèces cette migration n'existe à aucun degré. Ce qui par contre me paraît certain, d'après les observations relatées ci-dessus, c'est que la cyclose chromatique est en relation avec la division du noyau.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Dégagement d'ammoniaque par le cerveau suivant l'état d'excitation naturelle*. Note de M. **Joseph Kahn** et Mme **Lubov Chekoun**, transmise par M. Louis Lapicque.

Si l'on place un *Carassius* dans des conditions d'anaérobiose partielle (en ajoutant une certaine quantité d'eau bouillie à l'eau de l'aquarium) et si l'on provoque de cette façon une accélération dyspnéique des mouvements respiratoires, son cerveau, isolé à l'état de respiration accélérée, absorbera pendant 1 heure et demie à 2 heures une quantité d'oxygène supérieure à celle absorbée par un cerveau de contrôle (pris d'un animal placé dans de l'eau bien aérée).

Nous avons comparé l'intensité avec laquelle l'ammoniaque se dégage d'un cerveau isolé à différentes fréquences des mouvements respiratoires. Les poissons, à peu près de même taille, étaient placés dans les conditions données, pour 1 heure et demie à 2 heures; ensuite ils étaient rapidement décapités, le cerveau était extirpé avec soin et placé au-dessus d'une faible solution (N/100 — N/250) d'acide sulfurique dans un vase spécial hermétiquement fermé. Une heure après on retirait le cerveau du verre, on le pesait et la quantité d'ammoniaque absorbée par l'acide était déterminée tantôt par titration de l'excès du réactif, tantôt par titration colorimétrique.

Dans une première série d'expériences à la température de 15-16°, le nombre de mouvements respiratoires étant, dans le cas normal, d'environ 30 par minute, dans la dyspnée, d'environ 75, la quantité moyenne du dégagement de l'ammoniaque (par titration de l'excès) était de $1^{mg},14$ pour 100 par heure (9 déterminations); à l'état de dyspnée, la température étant là même, la quantité moyenne d'ammoniaque était de $1^{mg},63$ pour 100 (12 déterminations). En moyenne, le second chiffre dépasse le premier de 43 pour 100.

Lorsque la température de l'eau montait jusqu'à 19-20°,5, la quantité d'ammoniaque dégagée par le cerveau survivant augmentait. La valeur moyenne normale était de $1^{mg},68$ (7 déterminations); ainsi $Q_{10} = 3,7$.

Après la dyspnée, à cette température, la quantité d'ammoniaque

dégagée atteignait une valeur moyenne de $2^{mg},51$ pour 100 par heure (3 déterminations). Dans ce cas, le second chiffre dépasse le premier de 49 pour 100.

Les déterminations effectuées d'après la méthode de titration colorimétrique ont montré des valeurs absolues inférieures. Dans les limites de températures de 13°,5 à 16°,5, la valeur moyenne normale était de $0^{mg},71$ pour 100 par heure (15 déterminations). Pour les cerveaux de poissons placés dans un milieu mal aéré, aux mêmes températures, elle était de $1^{mg},09$ pour 100 par heure (18 déterminations). Le second chiffre dépasse le premier de 53 pour 100.

Ainsi le cerveau isolé d'un *Carassius,* placé d'abord dans un milieu pauvre en oxygène, et qui, par conséquent, respirait à un rythme accéléré de deux fois et demi, montre un dégagement d'ammoniaque qui surpasse d'environ 50 pour 100 la quantité dégagée par le cerveau d'un poisson pareil isolé à l'état de respiration normale. Une étude ultérieure permettra d'établir dans quelle mesure cette différence reflète les variations réelles des valeurs de l'ammoniaque dégagé et dans quelle mesure elle est déterminée par les altérations possibles de l'ammoniaque dans la substance du cerveau (qui peuvent s'opérer sous l'influence de l'anaérobiose partielle).

Dans une deuxième série d'expériences, nous avons déterminé la quantité d'ammoniaque dégagée par le cerveau isolé d'un *Carassius*, placé auparavant pour 1 heure et demie à 2 heures dans de l'eau courante, à une température de 3-4°. La fréquence moyenne était de 17 respirations par minute. Les déterminations chimiques étaient effectuées à 20-20°,5. Leurs résultats ont démontré que, en maintenant au préalable les poissons à une température froide, on obtient une diminution considérable de l'ammoniaque dégagé par un cerveau survivant. Sur 13 déterminations, effectuées selon la méthode de titration de l'excès, la valeur moyenne était de $0^{mg},58$ pour 100 par heure. Pratiquement, la même valeur moyenne, $0^{mg},56$ pour 100 par heure, a été obtenue comme résultat de quatre déterminations au moyen de la titration colorimétrique, après avoir maintenu les poissons à une température de 5° (19 respirations par minute). Un abaissement de la température d'environ 10° provoque une diminution de 50 pour 100 de la fréquence respiratoire et une diminution presque pareille de la quantité d'ammoniaque dégagée par le cerveau.

La séance est levée à $15^h 10^m$.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES D'AOUT 1935.

Decimo Congreso internacional de historia de la Medicina. Madrid, 23-29 septembre 1935; 1 vol. 22cm.

Pour une éducation nationale, par JEAN PÉLISSIER. Saint-Denis de la Réunion, Cazal, 1935; 1 vol. 24cm,5.

Second Greenwich Catalogue of Stars for 1925. *Fundamental Stars and Stars in the Zone* $+32°$, OTO $+64°$, O, *from Observations with The Transit Circle made at The Royal Observatory Greenwich*, 1922-1930;

— *Observations of Stellar Parallax.* Vol. II, under the Direction of Sir FRANK DYSON. London, Published by his Majesty's Stationery Office, 1934-1935; 2 vol. 30cm.

Service du nivellement général de la France. *Célébration du Cinquantenaire et inauguration de ses nouveaux bâtiments, le* 27 *juin* 1934, par JEAN VIGNAL. Paris, Imprimerie Sofcar; 1 vol. 27cm.

The Norwegian North Polar expedition 1893-1896. *Scientific Results*, Edited by FRIDTJOF NANSEN. Christiania, Jacob Dybwad; London, New-York, Bombay, Longmans, Green, and Co; Leipzig, F. A. Brockhaus, 1901 à 1905; 6 vol. 29cm,5.

A theoria das projecçoes mutuas, par ROD SILVARES. Rio, 1935; 1 vol. 18cm.

Critériums biologiques déduits de quelques expériences sur les cultures symbiotiques de certains microorganismes, par MARIO BATTAGLIA. In *Bollettino della Sezione Italiana della Società Internazionale di Microbiologia*, Fasc. 5, Maggio 1935. Milano, Industrie Grafiche Italiane Stucchi; 1 fasc. 24cm,5.

Fertilization in the incompatible cross Datura Stramonium $\times$ *D. Metel*, par SOPHIA SATINA et A. F. BLAKESLEE. In Bulletin of the Torrey. Botanical Club, Vol. LXII, n° 6, juin 1935; 1 fasc. 25cm.

Pollen-Tube Growth of a translocation of the 1.2 *chromosome in Datura*, par J. T. BUCHHOLZ, A. F. BLAKESLEE et A. G. AVERY. In *Proccedings of the National Academy of Sciences*, Vol. XXI, n° 4, avril 1935; 1 fasc. 25cm.

A Dinner Demonstration of Threshold differences in Taste and Smell, par ALBERT F. BLAKESLEE. In *Science*, mai 1935, vol. LXXXI, n° 2108; 1 fasc. 24cm.

Auguste Rateau, par E. JOUGUET. Extrait du *Journal de l'École Polytechnique*, 2e série, 34e Cahier, 1935. Paris, Gauthier-Villars, 1935; 1 fasc, 27cm.

Maurice Nicolle, par CHARLES NICOLLE.

Un après-midi de travail avec Maurice Nicolle, par ÉDOUARD POZERSKI. Tunis, Imprimerie J. Aloccio, 1935; 2 fasc. 20cm.

Les ressources minérales de la France d'Outre-Mer. — Fasc. III : *Le zinc, le*

plomb, l'argent, le cuivre, l'or, les minerais radioactifs, le mica; les pierres précieuses, substances diverses. (Extrait.) *Les pierres précieuses, semi-précieuses ou d'ornementation*, par ALFRED LACROIX.

— Fasc. IV : *Le phosphate.* (Extrait.) *Les gisements phosphatés de grottes et de filons remplis per-descendum. Les gisements superficiels des îles des mers équatoriales et tropicales*, par ALFRED LACROIX. Paris, Sociétés d'éditions géographiques, maritimes et coloniales, 1935; 2 fasc. 24cm,5.

Jules Cornet, fondateur de la géologie du Congo (1865-1929), par ARMAND RENIER. Extrait du *Bulletin du Cercle zoologique congolais* (Revue de zoologie et de botanique africaines, vol. XXVII, fasc. I, 1935; 1 fasc. 28cm.

ERRATA.

—

(Séance du 2 septembre 1935.)

Note de Mme *Isabela Potop*, Recherches sur le phosphore acido-soluble, le phosphore minéral et le phosphore ultrafiltrable du sang :

Page 491, ligne 23, *au lieu de* entièrement infiltrable, *lire* entièrement ultrafiltrable.